

Вступительный тест по математике, ЭМШ, 2021-2022 год, вариант _____

1. Дан прямоугольный треугольник ABC (угол C прямой), у которого угол A равен 30 градусам. Найдите площадь этого треугольника, если его высота CH равна 2. В ответе укажите величину, равную произведению найденной площади и числа $\sqrt{3}$.
1)8; 2)24; 3)32; 4)96; 5)Нет правильного ответа.
2. Даны утверждения:
а. Если при пересечении двух прямых секущей сумма накрест лежащих углов равна 180 градусам, то такие прямые параллельны.
б. Если для треугольников ABC и XYZ выполняется: $AB=XY$, $BC=YZ$ и угол A равен углу X, то такие треугольники равны.
в. Пусть в треугольнике ABC проведена высота AH (H – основание). Тогда H лежит на отрезке BC.
Выберите вариант ответа, в котором перечислены все верные утверждения.
1)а; 2)б; 3)в; 4)а и б; 5)Нет правильного ответа.
3. Найдите пару значений параметров а и б, при которых бесконечно много решений имеет следующая система уравнений: $\begin{cases} ax + y = 12, \\ 3x + by = 4. \end{cases}$
В ответе укажите значение выражения $a \cdot b$, где пара параметров (а; б) удовлетворяет условию.
1)3; 2)1; 3)9; 4)-9; 5)Нет правильного ответа.
4. В треугольнике ABC проведена средняя линия MN, где М – середина стороны АВ, N – середина стороны ВС. Найдите площадь треугольника MBN, если площадь треугольника ABC равна 4.
1)1; 2)2; 3)4; 4)16; 5)Нет правильного ответа.
5. На курс «Базовая математика» поступило 80 человек. К середине семестра лекторы заметили, что на курсе осталось 40% учеников по отношению к изначальному количеству. На последнем занятии лекторы подсчитали, что количество учеников стало на 25% меньше, чем в середине семестра. На сколько процентов уменьшилось количество учеников за весь семестр?
1)56; 2)65; 3)70; 4)85; 5)Нет правильного ответа.
6. На экономическом факультете работает 150 человек. Из них 65 преподают, 35 занимаются административной деятельностью, причём 10 делают и то, и то. Сколько работников не преподают и не занимаются административной деятельностью?
1)40; 2)50; 3)60; 4)70; 5)Нет правильного ответа.
7. Дана арифметическая прогрессия, у которой третий член равен 5, а одиннадцатый член равен 73. Чему равен седьмой член?
1)78; 2)56; 3)44; 4)39; 5)Нет правильного ответа.
8. При каком n сумма n первых членов арифметической прогрессии будет наибольшей, если ее первый член равен 50, а второй 44.
1)7; 2)9; 3)15; 4)8; 5)Нет правильного ответа.
9. Дан параллелограмм ABCD, у которого угол BAC равен 30 градусам, угол BDC равен 60 градусам, а сторона BC равна 3. Найдите площадь ABCD. В ответе укажите интервал, которому принадлежит найденная величина.
1)(1;2); 2)(3;4); 3)(5;6); 4)(7;8); 5)Нет правильного ответа.
10. Чему равен внутренний угол правильного многоугольника с 18 сторонами? Ответы даны в градусах.
1)140; 2)150; 3)180; 4)160; 5)Нет правильного ответа.
11. Гек и Том, работая вместе, красят забор за 5 часов. Тот же забор Джим вместе с Томом покрасят за 4 часа, а Джим вместе с Гekom за 12 часов. Если производительность каждого из троих постоянна и не зависит от компании, в которой производится работа, то за сколько часов они все вместе (Гек, Том и Джим) покрасят забор, который в 4 раза больше изначального?
1)15; 2)14; 3)12; 4)10; 5)Нет правильного ответа.

Вступительный тест по математике, ЭМШ, 2021-2022 год, вариант _____

12. Пусть функция $f(x)$ определена всюду на множестве действительных чисел, а её область значений есть отрезок $[6; 9]$. Пусть функция $g(x)$ определена на отрезке $[5; 10]$. Какова область определения функции $g(f(x))$?

- 1) $[5; 10]$; 2) $[6; 9]$; 3) $\mathbb{R}$; 4) Невозможно определить; 5) Нет правильного ответа.

13. Решите уравнение $\frac{4(x-6)}{x-7} = \frac{3x-25}{7-x}$. В ответе укажите сумму его решений (если решений нет, то укажите 0).

- 1) 7; 2) 6; 3) 12; 4) 0; 5) Нет правильного ответа.

14. Даны утверждения о положительных числах:

- Если число увеличить на 20%, а затем результат уменьшить на 20%, то в итоге получится исходное число.
- Если число увеличить на 20%, а затем результат уменьшить на 20%, то в итоге получится число, отличное от исходного.
- Если число увеличить на 25%, а затем результат уменьшить на 20%, то в итоге получится исходное число.
- Если число увеличить на 25%, а затем результат уменьшить на 20%, то в итоге получится число, отличное от исходного.

Выберите вариант ответа, в котором перечислены все верные утверждения.

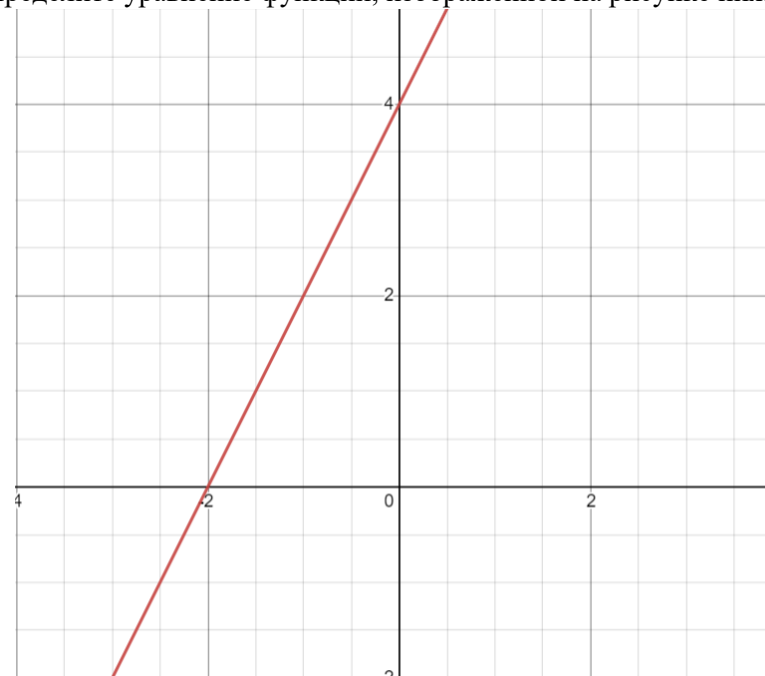
- 1) a, d; 2) b, c; 3) c; 4) a и b; 5) Нет правильного ответа.

15. Есть 15 кроликов и 10 клеток, в которые их всех нужно посадить. Допустимое количество кроликов в одной клетке не ограничено. Прочитайте приведенные ниже утверждения и выберите вариант ответа, в котором перечислены все верные утверждения.

- Разместить кроликов так, чтобы у каждого была своя личная клетка (то есть он в ней один), не получится.
- Разместить кроликов так, чтобы в каждой клетке было не больше двух кроликов, не получится.
- При любом размещении кроликов найдутся хотя бы три в клетки, в которых будет не больше одного кролика.
- Кроликов получится разместить по парам (по парам означает, что в любой клетке либо ровно 2 кролика, либо ровно 0 кроликов).

- 1) a, b, d; 2) b, c; 3) a, c; 4) a, b, c, d; 5) Нет правильного ответа.

16. Определите уравнение функции, изображенной на рисунке ниже:



- 1) $y = x + 2$; 2) $y = 2x + 4$; 3) $y = \frac{1}{2}x + 2$; 4) $y = -2x + 2$; 5) Нет правильного ответа.

17. Функция f ставит в соответствие каждому двузначному натуральному числу куб суммы его цифр. Например, $f(51) = 216$. Вычислите $f(36)$.

- 1) 512; 2) 729; 3) 81; 4) 243; 5) Нет правильного ответа.

18. Найдите нечётное число, большее единицы, на которое делится выражение $(16^4 + 2 \cdot 8^6 + 2^{17})$

- 1) 7; 2) 11; 3) 13; 4) 17; 5) Нет правильного ответа.

19. Посчитайте значение выражения при $a=2$, $b=3$, $c=1$:

$$\frac{a^3 b^2 c^4}{a^2 b}$$

- 1) 24; 2) 12; 3) 6; 4) 18; 5) Нет правильного ответа.

20. Найдите корни уравнения:

$$(x + 7)^2 = 28x$$

В ответе укажите сумму найденных корней.

- 1) 0; 2) -7; 3) 7; 4) 1; 5) Нет правильного ответа.

21. Два брата А и Д в один и тот же день выехали из дома в противоположных направлениях: один поехал на Летнюю Школу ЭМШ, а другой на дачу к другу С. Известно, что оба двигались равномерно и прямолинейно, причем скорость А была на 6 км/ч больше, чем скорость Д. Также известно, что в момент, когда Д приехал к другу С, его брату оставалось полчаса в дороге. Найдите расстояние между пансионатом, где проводилась Летняя Школа, и дачей друга С, если Д проезжает за каждые 2 часа 80 километров, а А затратил на дорогу 4 часа.

- 1) 244; 2) 344; 3) 324; 4) 400; 5) Нет правильного ответа.

22. Один нерадивый студент МГУ Стас как обычно проспал и теперь спешит в университет. Поэтому, зайдя в первую дверь первого вагона поезда метро, он сразу же двинулся в сторону последнего вагона (хоть студент и нерадивый, он знает, что ему нужен выход из последнего вагона). Расстояние от первой двери первого вагона до последней двери последнего вагона равно 270 метров, скорость Стаса равна 4,8 км/ч, расстояние между станцией Стаса и станцией «Университет» поезд проезжает за 4 минуты. Сколько секунд Стас будет стоять у выхода из последней двери последнего вагона?

- 1) 37,5; 2) 0; 3) 60; 4) 0,625; 5) Нет правильного ответа.

23. Найдите площадь фигуры, задаваемой системой неравенств:

$$\begin{cases} x + y \leq 2 \\ y \geq 0 \\ x \geq 0 \end{cases}$$

- 1) 1; 2) 2; 3) 4; 4) $\frac{1}{2}$; 5) Нет правильного ответа.

24. Дано квадратное уравнение $x^2 - x + c = 0$. Пусть x_1 и x_2 - его корни для некоторого c . Найдите значение выражения:

$$\frac{2 - x_1}{(x_1 + x_2)^2} + \frac{-2 - x_2}{(x_1 + x_2)^2}$$

- 1) 0; 2) -1; 3) 1; 4) 2; 5) Нет правильного ответа.

25. Какие остатки может иметь простое число, большее 3, при делении на 6?

Если ответов несколько, в ответе укажите их сумму.

- 1) Нет правильного ответа; 2) 6; 3) 9; 4) 15; 5) 1.

26. Вычислите значение выражения $(26\frac{2}{3} : 6,4) * (19,2 : 3\frac{5}{9})$

- 1) 3; 2) 4; 3) 4,5; 4) 6; 5) Нет правильного ответа.

27. Выпускнику Косте на Летней Школе ЭМШ достался сложный проект. В нем требовалось преобразовать данные, а затем провести их анализ. Костя утверждает, что данные были настолько плохими, что на их преобразование у него ушло 80% от суммарного времени, затраченного на проект. При этом он невзначай добавил, что на сам анализ данных у него ушло 3 часа. Сколько часов он потратил на преобразование данных?

- 1) 8 2) 10 3) 12 4) 15 5) Нет правильного ответа.

28. Выберите верные утверждения:

- 1) Для всех натуральных n выражение $n^3 + 3n^2 + 2n$ делится на 6 нацело;
- 2) Нельзя утверждать, что число $n^3 - 7n$ делится на 6 при всех натуральных n ;
- 3) Число $n^2 + 1$ не делится на 3 ни при каких целых n ;

- 1) Нет 2) 1, 2 3) 1, 3 4) 2, 3 5) 1, 2, 3
правильного
ответа

29. Сравните три пары чисел и укажите все номера пар, в которых первое число меньше второго:

1. 2^8 и 3^5 ;
2. $\frac{1}{2}$ и $\frac{1}{4} + \frac{1}{5}$;
3. 55^2 и $54 \cdot 56$;

- 1) 1 2) 2 3) 3 4) 1, 2 5) Нет правильного ответа

30. Первая прямая задается уравнением: $5y + x - 12 = 0$

Вторая прямая задается уравнением: $y - 5x - 11 = 0$

Найдите наименьший угол между прямыми. Ответ дайте в градусах.

- 1) 30; 2) 45; 3) 60; 4) 90; 5) Нет правильного ответа.